

Asymptotisch gleich: $x \sim y: \frac{1}{x} * y \rightarrow 1$

disjunkte Vereinigung: Schnitt aller Mengen ist leer

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$$

Permutation: Abbildung einer Menge in sich selbst

S_A = Symmetrische Gruppe auf A, S_n ist Abk. für $S_{\{1, \dots, n\}}$ = Menge aller Permutationen auf N

$n!$ Permutationen in S

$$n^{\underline{k}} := \underbrace{n * (n-1) * \dots * (n-k+1)}_{k \text{ Elemente}} = \frac{n!}{(n-k)!} = \binom{n}{k} * k!$$

$$n^{\overline{k}} := \underbrace{n * (n+1) * \dots * (n+k-1)}_{k \text{ Elemente}} = \frac{(n+k-1)!}{(n-1)!}$$

Matrix: Spaltensumme = Zeilensumme

Singuläres Paar: $m_{ij} = m_{kl}$ mit $i \neq k$ und $j \neq l$

Schubfachprinzip: $n > r \rightarrow$ es ex. mind.ein Fach mit $\lceil n/r \rceil$ Elementen

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

binomischer Lehrsatz: $(x+y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} * x^k * y^{n-k}$

$S_{n,k}$ = Stirlingzahl 2. Art $S(n, r) = S(n-1, r-1) + rS(n-1, r)$ Anzahl der Möglichkeiten, M mit $|M| = n$ in r nichtleere Partitionen zu zerlegen, $S_{0,0} = 1$, nur eine $0 = 0$

$P_{n,k}$ nichtleeren Zahlpartitionen auf n

geordnete k-Mengenpartitionen: $S_{n,k} * k!$

geordnete k-Zahlpartitionen: $\binom{n-1}{k-1}$

Multimenge: Elemente können öfters vorkommen, mit $f(a)$: Vielfachheit von a

k-Elementige Mengen in der n-Elementigen Multimenge: $\binom{n+k-1}{k}$

injektive Abbildungen von $N \rightarrow R: r^n$

surjektive Abbildungen von $N \rightarrow R: r! \cdot S_{n,r}$ (Zerlegung von N in r nichtleere Klassen)

n Bälle, r Fächer: $\frac{r^n}{n!}$

$|\text{Elemente im Zyklus}| = \text{seine Länge}$

Zyklus der Länge 1 : Fixpunkt

Innerhalb des Zyklus: Reihenfolge zyklisch vertauschbar

$s_{n,k} := |\{\Pi \in S_n: \Pi \text{ hat genau } k \text{ Zyklen}\}|$ Stirlingzahl 1. Art, $s_{0,0} = 1$, nur eine $0 = 0$
 $s(n, r) = s(n-1, r-1) + (n-1)s(n-1, r)$

$$s_{n,1} = (n-1)!$$

$$s_{n,n-1} = \binom{n}{2}$$

$$s_{n,n} = 1$$

$$\sum_{k=1}^n s_{n,k} = n! \quad n \geq 1$$

Zykeltyp von $\Pi : t(\Pi) = 1^{b_1(\Pi)} 2^{b_2(\Pi)} \dots n^{b_n(\Pi)}$ $\Pi = (1234) (567) (8)$ $t(\Pi) = 1^1 3^1 4^1$

Zyklus der Länge i kann auf i verschiedene Weisen geschrieben werden

Derangement-Zahlen: Anzahl der fixpunktfreien Permutationen in S_n ,

$$|\text{Permutationen vom Typ } 1^{b_1} \dots n^{b_n}| = \frac{n!}{b_1! \cdot b_2! \cdot \dots \cdot b_n! \cdot 1^{b_1} \cdot 2^{b_2} \cdot \dots \cdot n^{b_n}}$$

$i < j$ und $a_i > a_j$: Paar (a_i, a_j) ist eine Inversion der Permutation

$\text{inv}(\Pi) = \text{Anzahl der Inversionen von } \Pi$

$$(-1)^{\text{inv}(\Pi)} = \text{signum von } \Pi \quad (\text{sgn}(\Pi))$$

Inversionstafel: b_j : Anzahl der Elemente, die links von j und kleiner als j sind

Bubble-Sort: k Durchläufe

Binäre Suche: jedes Element da einfügen, wo es passt, sortierte Folge halbieren und da testen

$$e^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!}$$

$$\sum_{k=0}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \binom{a}{n} z^n = (1+z)^a$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} z^k = \frac{1}{1-z}$$

Paarung (matching) ist eine Teilmenge von Kanten, in der keine 2 Kanten einen gemeinsamen Knoten besitzen.

Knotenüberdeckung (vertex cover): Teilmenge der Knoten für die gilt, dass mindestens einer der Knoten aller Kanten in dieser Teilmenge liegt.

Graph heißt bipartit, wenn sich seine Knoten in 2 disjunkte Mengen aufteilen lassen, so dass keine Kanten zwischen Knoten aus der selben Menge existieren. Alternativ: Falls G keine ungeraden Kreise enthält

Satz von König: |kleinstes vertex cover| = |größtes matching|

ungarische Methode: 1. allen Pkt von U_1 ne 0 zuweisen, dann allen Knoten den Vorgänger zuweisen. Danach kann man von jedem Knoten zurückverfolgen

Perfektes Matching: Jeder Knoten von G ist Element einer Kante von M

Kuratowski: Graph planar, wenn er keine Unterteilung von $K_{3,3}$ oder K_5 hat

eulerscher Polyedersatz: Knoten – Kanten + Länder = 2

max Kanten eines planaren Graphen: dreiecke: 3 * Knoten – 6, sonst 2 * K – 4

$$E \subseteq \binom{V}{2}$$

$N(v)$: Menge der Nachbarn, Grad $d(v) = |N(v)|$

Jeder Graph hat 2 Punkte gleichen Grades

Kantenzug: keine Kante mehrfach

Weg: kein Punkt mehrfach

Zusammenhängend: je zwei Punkte haben ne Kante

G eulersch: G besitzt Euler-Tour: Alle Knotengrade sind gerade

Inzidenzmatrix: Wenn Kante von a zu b, dann bei $x_{a,b}$ ne 1, sonst ne 0, auf Richtung achten!

Induzierter Teilgraph: Graph der entsteht, wenn ein Knoten mit inzidenten Kanten gelöscht wird

$$|Y| + |Y'| = |Y \cap Y'| + |Y \cup Y'|$$

$1! + 2! + 3! + \dots + n!$ $N > 3$ nie Quadratzahl: $1! + 2! + 3! + 4! = 33$, darüber haben alle 2 und 5 als Faktor, also alle durch 10 teilbar \Rightarrow Zahlen enden auf 3, a^2 nie

Folge der Länge n^2 : nur Folgen der Länge (max) n : $1..n, 2n+1..3n, \dots$

$$\binom{n}{k+1} = \dots = \binom{n}{k} * \frac{n-k}{k+1}$$

$$\sigma \Pi \sigma^{-1} = \sigma(\Pi)$$

$\Pi^n = \text{id}$, wenn $n = \text{kgV}(\text{Zykellängen})$

$$A_x = \lfloor \frac{\text{Zahlen}}{x} \rfloor$$

$$\Pi^n = \Pi^{x*s+r} = \text{id} * \Pi^r$$

Inversionstafel: Anzahl der Elemente, die links von b_i liegen und größer als b_i sind.

BubbleSort: Vgl n mit $n+1$, evtl tauschen, weiter mit $n+1$

MergeSort: Feld solange halbieren, bis man nur 1..2 Elemente hat, dann vgl und mergen

Binäre Suche: ersten 2 sortieren, dann Rest sortiert einfügen

Permutationen im Zykel: $(k-1)!$

$$S_{n,k} = s_{n-1,k-1} + (n-1) s_{n-1,k}$$

$$S_{n,k} = S_{n-1,k-1} + k S_{n-1,k}$$

Erzeugende Funktion für Folge: $a_n = \dots$ + Anfangsbedingungen bestimmen, dann einsetzen in

$A(z) = \sum_{n \geq 0} a_n z^n$, umformen und $A(z)$ einsetzen, dann $A(z)$ ausrechnen

Erzeugende Funktion mit geg. a_n : wie oben nur ohne Bestimmung von a_n , evtl Anfangsbed.

Rekursion: $f(n)$ in geschlossener Form: Bei $f(n+d)$ von jedem n d abziehen, dann $f(n)$ auf andere Seite, dann Anfangsbedingungen testen und ggf setzen.

Erzeugende Funktion in der Darstellung $F(z) = \frac{p(z)}{q(z)}$: $q(z) = a_1 + a_2 z + \dots$, dann $p(z)$ als $az^2 + bz + c$, dann $F(z) = \dots = \sum_{a \geq 0} f(n) * z^n = [\text{Anfangswerte in } p(z)] + \text{Restsumme}$, dann beide Seiten mit $q(z)$ multiplizieren und Koeffizientenvergleich

Ist die Form $\sum_{i=1}^k \frac{g_i(z)}{(1-a_i z)^{d_i}}$ gefordert: Nullstellen von $q^R(z)$ bilden. Die d_i sind die Vielfachheiten. Dann Partialbruchzerlegung, damit a, b, \dots ausrechnen. Dann $F(z)$ aufschreiben.

Explizite Darstellung: Nullstellen α_i von $q^R(z)$ ber., dann $f(n) = a_1 \alpha_1^n + a_2 \alpha_2^n + \dots$ dann Anfangsbedingungen einsetzen, a_i berechnen und in $f(n)$ einsetzen.

Inhomogene Rekursion: = homogene + partikuläre Lösung

homogene: Nullstellen von q^R , dann $(1-\alpha_i z)^{d_i}$, $(a+bn) \alpha_i^n$

partikuläre:

- Fall 1: Ergebnis vom Typ a^n : Ansatz $k * a^n$: $k * a^{n+d} + a_1 * k * a^{n+d-1} + \dots = a^n$

- Fall 2: Ergebnis ein Polynom: Ansatz: polynom gleichen Grades, alle $(n+d-1)$ einsetzen und alle Polynome addieren = Lösung der Rek., dann Koeffizientenvgl, einsetzen

Allgemeine Lösung: $h + p$, dann Anfangsbedingungen einsetzen, ausrechnen und einsetzen

Rekursion mit variablen Koeffizienten: FEHLT HIER NOCH

exponentiell erzeugende Funktionen: FEHLT HIER NOCH

Maximum Matching mit minimalem Gewicht: ziehe erst von jeder Zeile das Minimum dieser Zeile, dann von jeder Spalte das Minimum der jeweiligen Spalte ab. Die 0en sind die Kanten zwischen x_i und y_j . Nehme Teilbaum heraus und streiche die Zeilen/Spalten durch.

Schnittpunkte + $\min(c_{ij} \mid c_{ij} \text{ nicht gestrichen})$, alle nicht gestrichenen - diesem Minimum.

Gewicht = Summe der Kantenkosten von x nach y